

Primerjava določenega in predoločenega sistema enačb pri uporabi podobmočij v metodi robnih elementov

Jure Ravnik

28. september 2011

Povzetek

V poročilu poročam o delovanju metode robnih elementov na podobmočjih. Primerjam diskretizaciji, ki vodi do določenega oziroma predoločenega sistema enačb.

1 Uvod

V primeru, da uporabljamo metodo robnih elementov v kombinaciji z območnimi členov je uporaba tehnike podobmočij najučinkovitejša metoda, ki omogoča izogibanje polnim matrikam. Aproksimativne metode kot so (dual reciprocity metoda, fast multipole metoda, adaptive cross approximation metoda, hierarhične matrike, panel clustering, stiskanje v valčki, dosegajo manjšo izpraznjenost pri enaki zahtevani natančnosti.

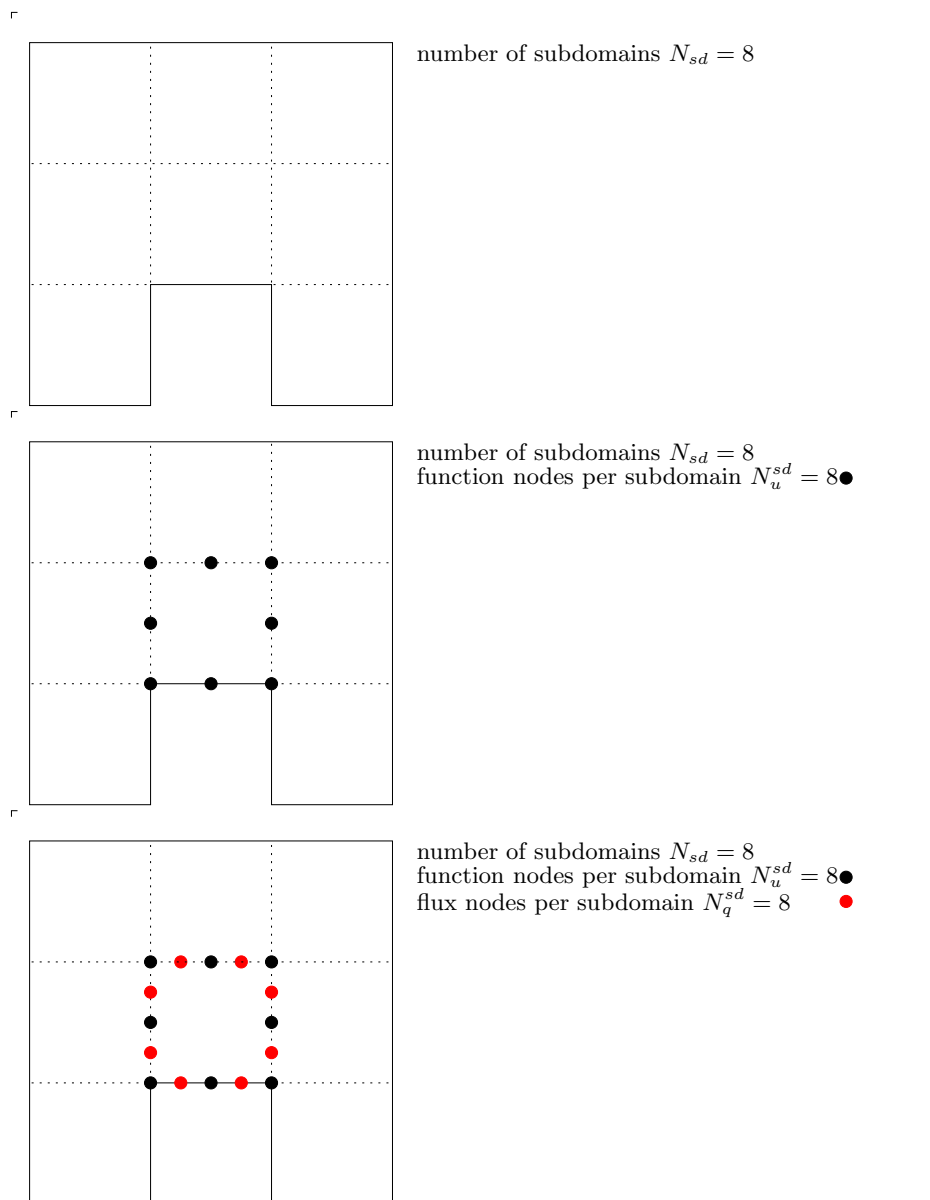
2 Predoločen sistem enačb

- Vsaka celica v mreži je svoje podobmočje.
- V vsaki celici imamo kvadratno interpolacijo funkcije (27 točk) in linearno interpolacijo normalnega odovoda (24 točk).
- V vse točke ($27+24=51$) postavimo izvirne točke in zanje zapišemo enačbe.
- Skupno število enačb je enako številu celic v mreži krat 51.
- Število neznank je enako skupnemu številu funkcijskih vozlišč + število fluks vozlišč minus število vozlišč v katerih so znani robni pogoji. V vsakem fluks vozlišču imamo samo eno vrednost fluksa. Pri integraciji poskrbimo, da je integral za sosednji celici (v kateri je fluks nasproten) pomnožen z -1 (oziroma z razmerjem difuzivnosti).
- Uporabimo solver, ki temelji na metodi najmanjših kvadratov za rešitev predoločenih sistemov enačb, [2].

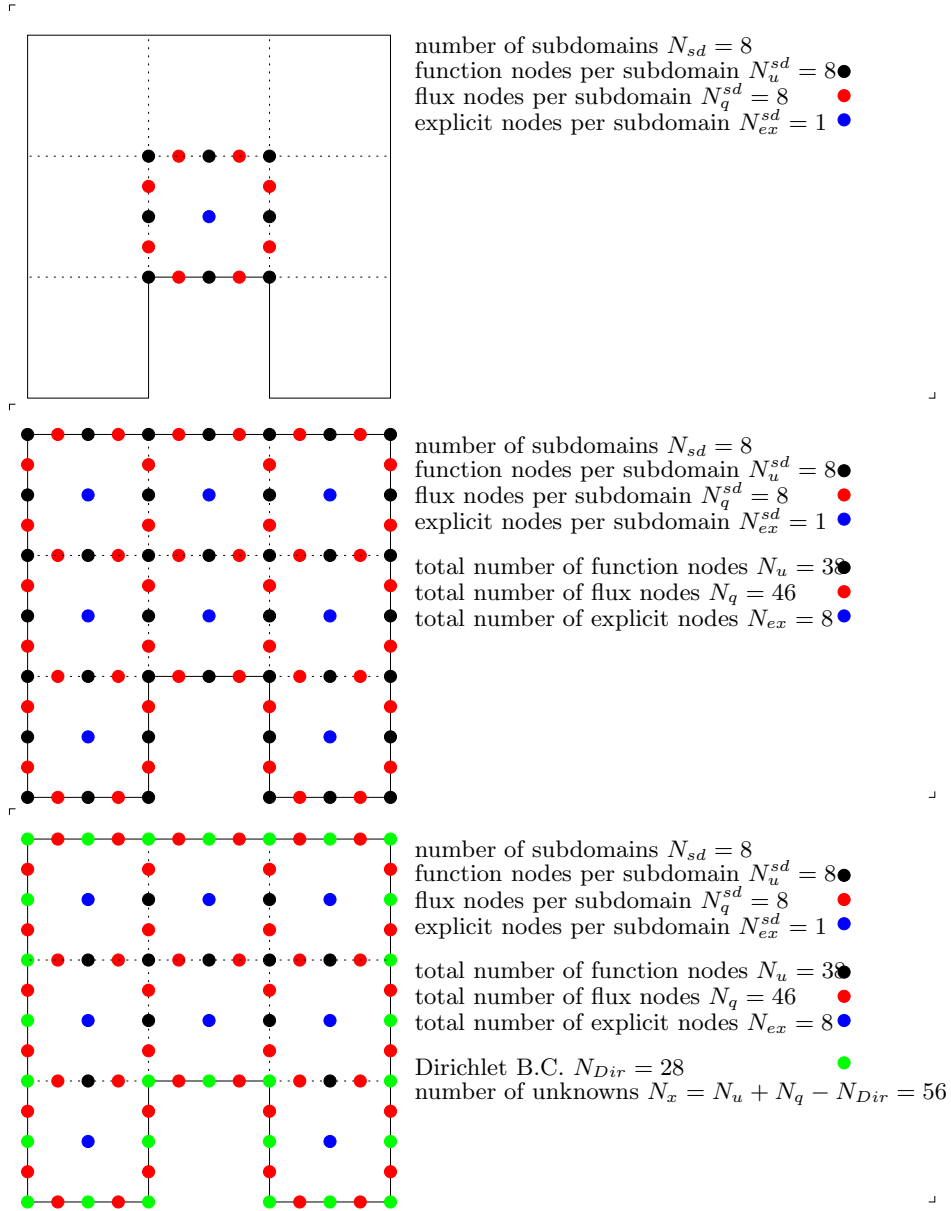
3 Določen sistem enačb

- Vsaka celica v mreži je svoje podobmočje.
- V vsaki celici imamo kvadratno interpolacijo funkcije (27 točk) in linearno interpolacijo normalnega odovoda (24 točk).
- V vse točke ($27+24=51$) postavimo izvirne točke in zanje zapišemo enačbe.
- Skupno število enačb je enako številu celic v mreži krat 51.
- Število neznank je enako skupnemu številu funkcijskih vozlišč + število fluks vozlišč minus število vozlišč v katerih so znani robni pogoji. V vsakem fluks vozlišču imamo samo eno vrednost fluksa. Pri integraciji poskrbimo, da je integral za sosednji celici (v kateri je fluks nasproten) pomnožen z -1 (oziroma z razmerjem difuzivnosti).
- Enačbe, ki so zapisane za isto funkcijsko izvirno točko seštejemo.
- Enačbi, ki sta zapisani za isto fluks izvirno točko medsebojno odštejemo.
- V vozlišča, kjer so znani robni pogoji ne postavimo izvirne točke in ne pišemo enačb.
- Uporabimo rBiCGstab solver z ILU predpogojevanjem, [3].

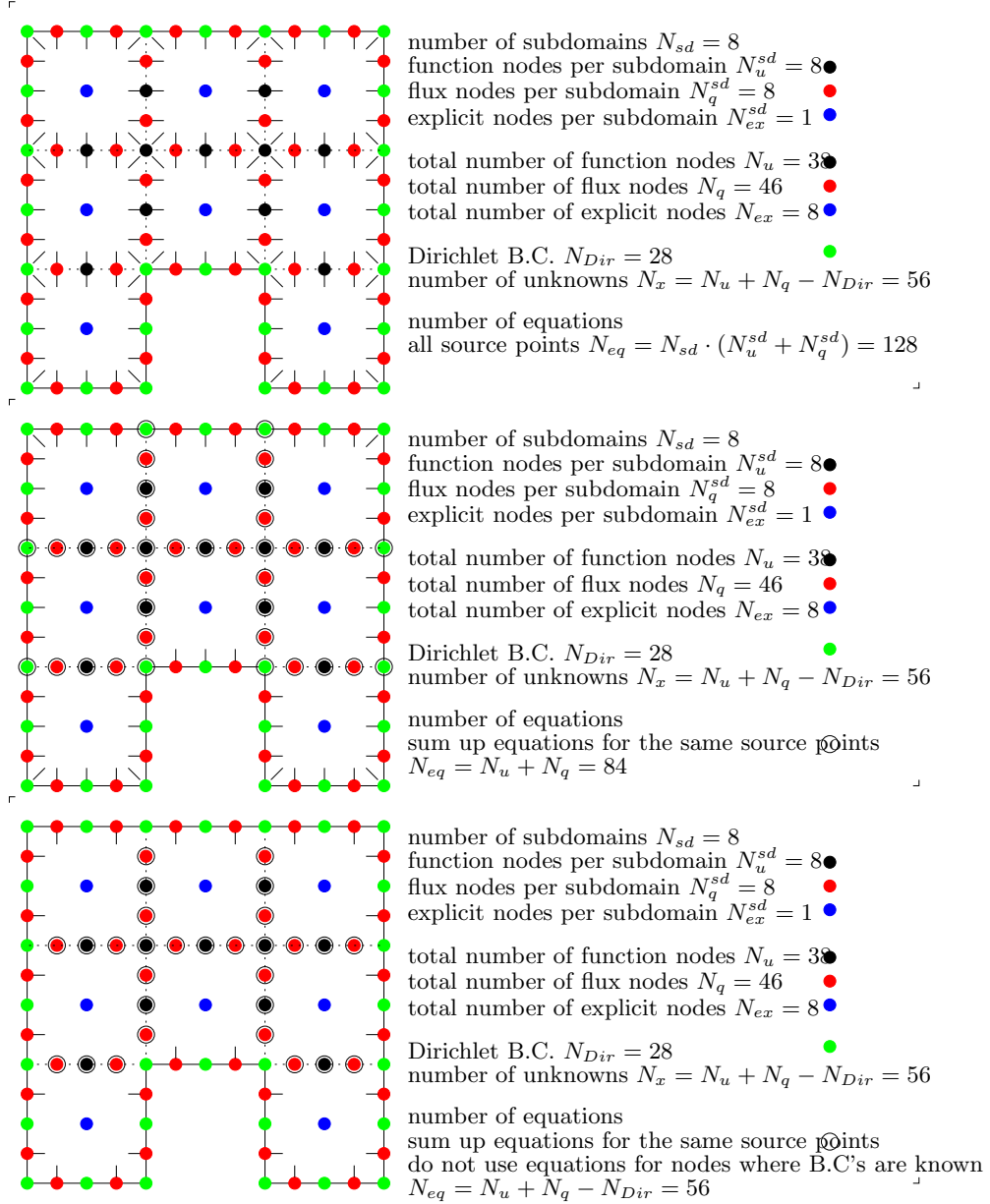
Slike 1 do 3 grafično prikažejo razliko pri sestavljanju sistemov enačb.



Slika 1: Grafična predstavitev zlaganja sistemov enačb- prvi del.



Slika 2: Grafična predstavitev zlaganja sistemov enačb - drugi del.



Slika 3: Grafična predstavitev zlaganja sistemov enačb - tretji del.

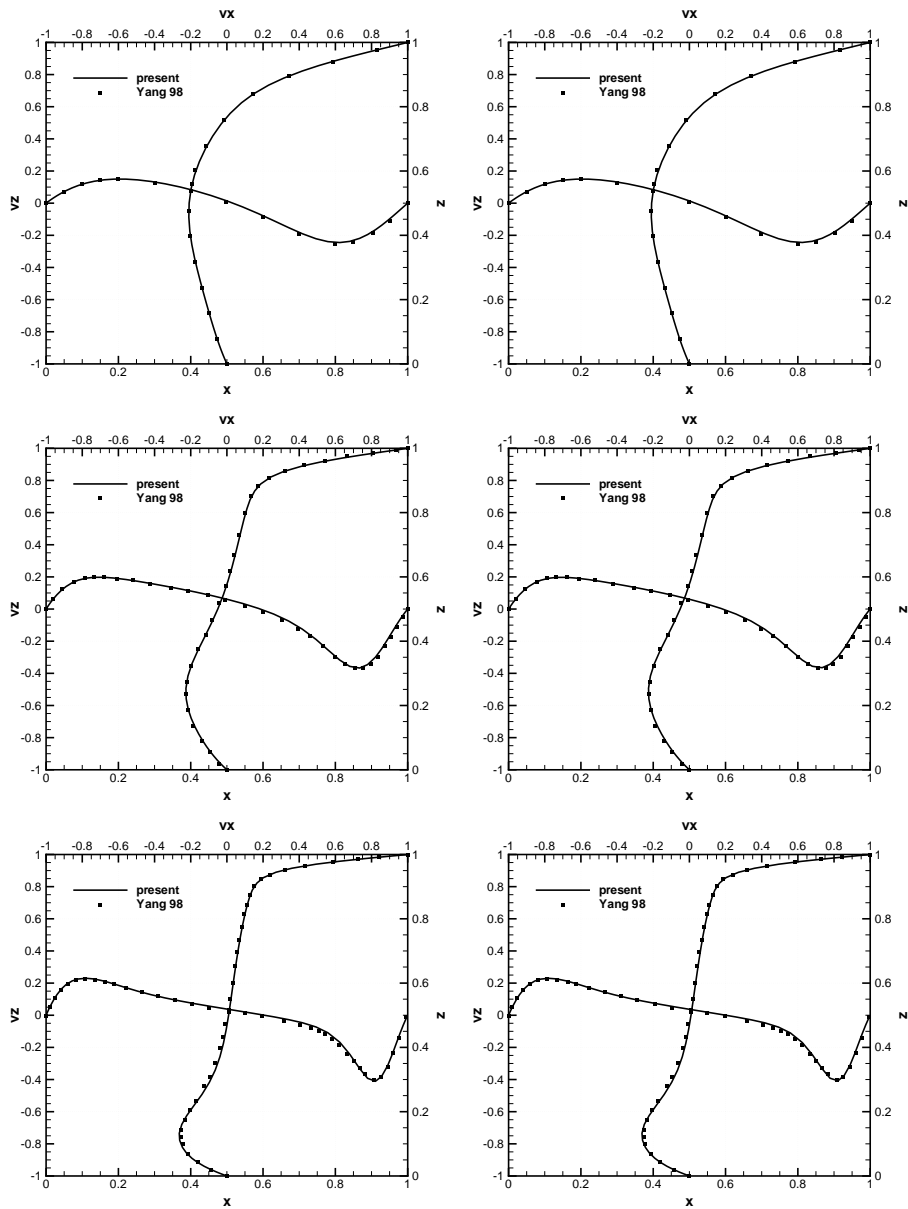
4 Primerjava

4.1 3D gnana kotanja

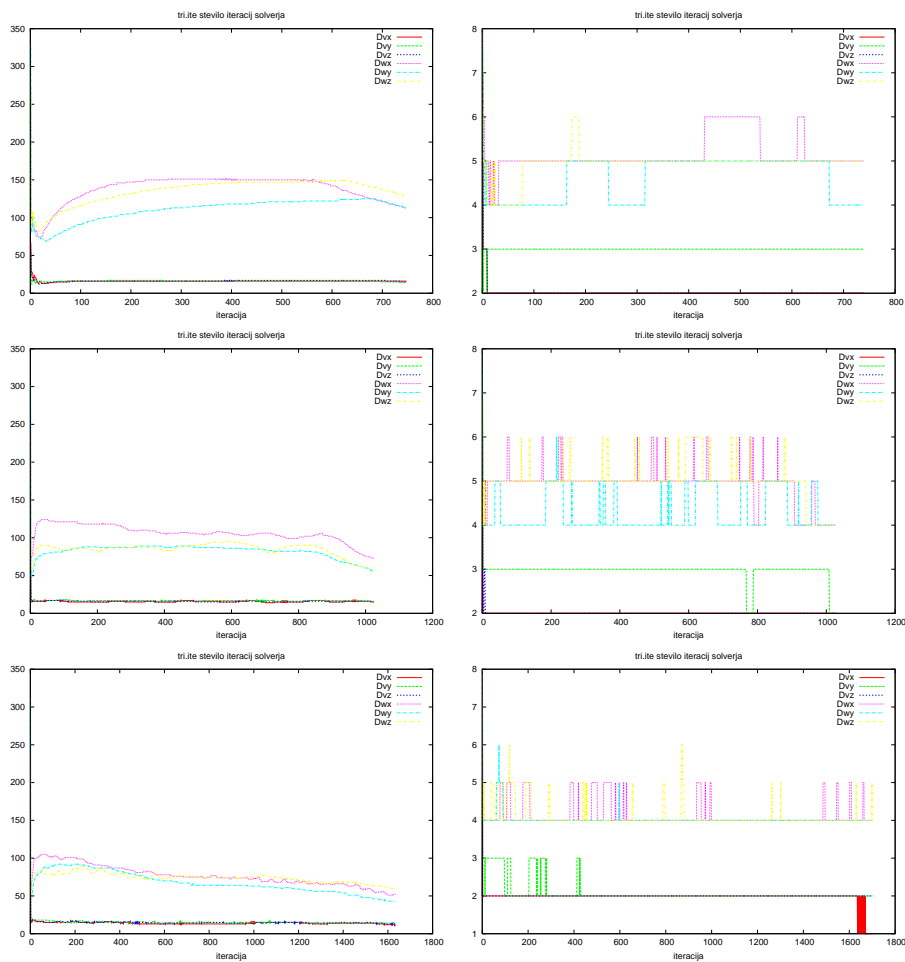
- Mreži: 20r05x20r05x20r05 z 41^3 vozlišči in 12r1x12r1x12r1 z 25^3 vozlišči.
- Profili hitrosti so na sliki 4 in na sliki 7.
- Število iteracij linearnega solverja je prikazano na sliki 5 in na sliki 8.
- Potek konvergence je na sliki 6 in na sliki 9.
- Primerjava časov računanja in števila iteracij je v preglednici 1 in v preglednici 2.

| | $Re = 100$ | | $Re = 400$ | | $Re = 1000$ | |
|--------------------------------|------------|-----------|------------|-----------|-------------|-----------|
| | LSQR | SQR | LSQR | SQR | LSQR | SQR |
| x Bw r.h.s | 1865.027 | 1906.550 | 2574.689 | 2664.063 | 4844.405 | 4399.743 |
| x Bw solve | 55.358 | 56.263 | 75.981 | 78.812 | 134.098 | 130.605 |
| x Dv r.h.s | 75.718 | 235.672 | 104.122 | 333.212 | 173.735 | 545.400 |
| x Dv solve | 280.118 | 112.299 | 381.952 | 154.489 | 639.009 | 251.809 |
| x Dw r.h.s | 90.436 | 681.570 | 124.135 | 958.068 | 220.011 | 1577.714 |
| x Dw solve | 7405.203 | 1394.468 | 8024.255 | 1845.542 | 11129.550 | 2585.051 |
| y Bw r.h.s | 2136.084 | 2160.008 | 2960.249 | 3027.189 | 5475.458 | 4962.341 |
| y Bw solve | 56.936 | 57.555 | 77.952 | 81.432 | 136.907 | 132.995 |
| y Dv r.h.s | 75.945 | 234.189 | 104.555 | 329.513 | 173.862 | 542.437 |
| y Dv solve | 275.045 | 161.084 | 395.219 | 219.469 | 668.542 | 266.892 |
| y Dw r.h.s | 91.599 | 682.037 | 125.730 | 960.012 | 219.513 | 1579.177 |
| y Dw solve | 5962.639 | 1253.115 | 6197.500 | 1623.620 | 9888.801 | 2536.820 |
| z Bw r.h.s | 2130.880 | 2158.597 | 2958.629 | 3032.078 | 5476.562 | 4944.126 |
| z Bw solve | 53.750 | 54.729 | 74.014 | 76.427 | 130.435 | 125.468 |
| z Dv r.h.s | 75.948 | 235.789 | 104.404 | 329.387 | 174.275 | 543.491 |
| z Dv solve | 279.427 | 112.494 | 371.431 | 153.585 | 649.133 | 255.107 |
| z Dw r.h.s | 91.411 | 682.157 | 125.092 | 960.538 | 218.770 | 1580.248 |
| z Dw solve | 7288.348 | 1339.938 | 6396.689 | 1878.298 | 10722.742 | 2574.412 |
| DT r.h.s | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| DT solve | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| DC r.h.s | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| DC solve | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| init, read input files | 0.710 | 0.800 | 0.640 | 0.760 | 0.650 | 0.750 |
| generate macro mesh | 31.390 | 31.360 | 31.210 | 31.630 | 32.130 | 31.200 |
| read and generate BiC | 10.430 | 12.890 | 10.180 | 10.560 | 10.130 | 10.600 |
| integration single domain | 72.490 | 140.730 | 56.080 | 148.290 | 152.540 | 157.310 |
| form sys, rhs matrix single do | 817.130 | 843.880 | 919.490 | 783.320 | 899.000 | 833.220 |
| integration makro domain | 13.550 | 22.570 | 15.890 | 23.740 | 16.410 | 19.110 |
| form makro sys, rhs matrix | 202.840 | 235.880 | 250.070 | 229.020 | 204.640 | 225.200 |
| solve | 28294.859 | 13523.550 | 31183.480 | 18712.779 | 51085.973 | 29543.381 |
| TOTAL | 29443.400 | 14811.660 | 32467.041 | 19940.100 | 52401.473 | 30820.771 |
| razmerje časov | 0.50 | | 0.61 | | 0.59 | |
| nelinearni nit | 749 | 740 | 1026 | 1029 | 1635 | 1703 |
| linearni solver nit Dv x | 12051 | 1498 | 16151 | 2062 | 23050 | 3360 |
| linearni solver nit Dv y | 12040 | 2226 | 17251 | 3051 | 24659 | 3591 |
| linearni solver nit Dv z | 12277 | 1498 | 16121 | 2066 | 23948 | 3410 |
| linearni solver nit Dw x | 103418 | 3815 | 109388 | 5058 | 126067 | 7026 |
| linearni solver nit Dw y | 83188 | 3410 | 84612 | 4404 | 111157 | 6852 |
| linearni solver nit Dw z | 101629 | 3659 | 87284 | 5132 | 121322 | 6965 |

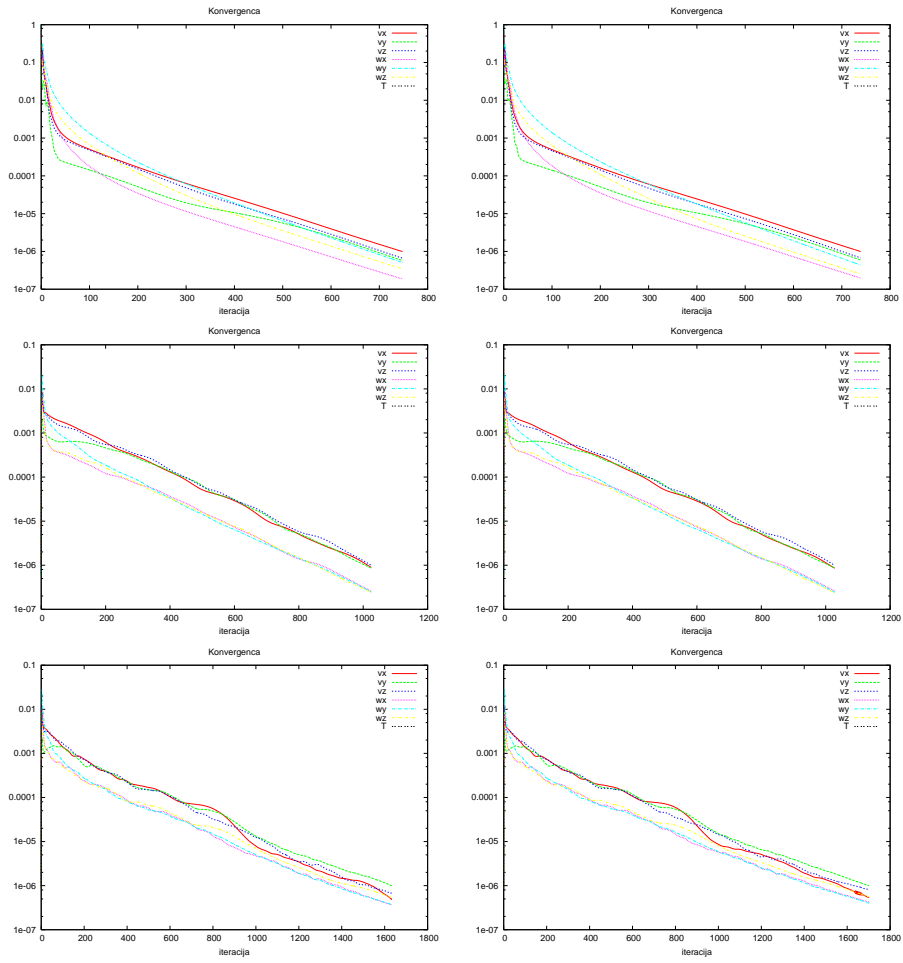
Tabela 1: Primerjava časov in števila iteracij za primer 3D kotanje na 41^3 mreži.
Časi za integracijo so časi branja integralov iz diska.



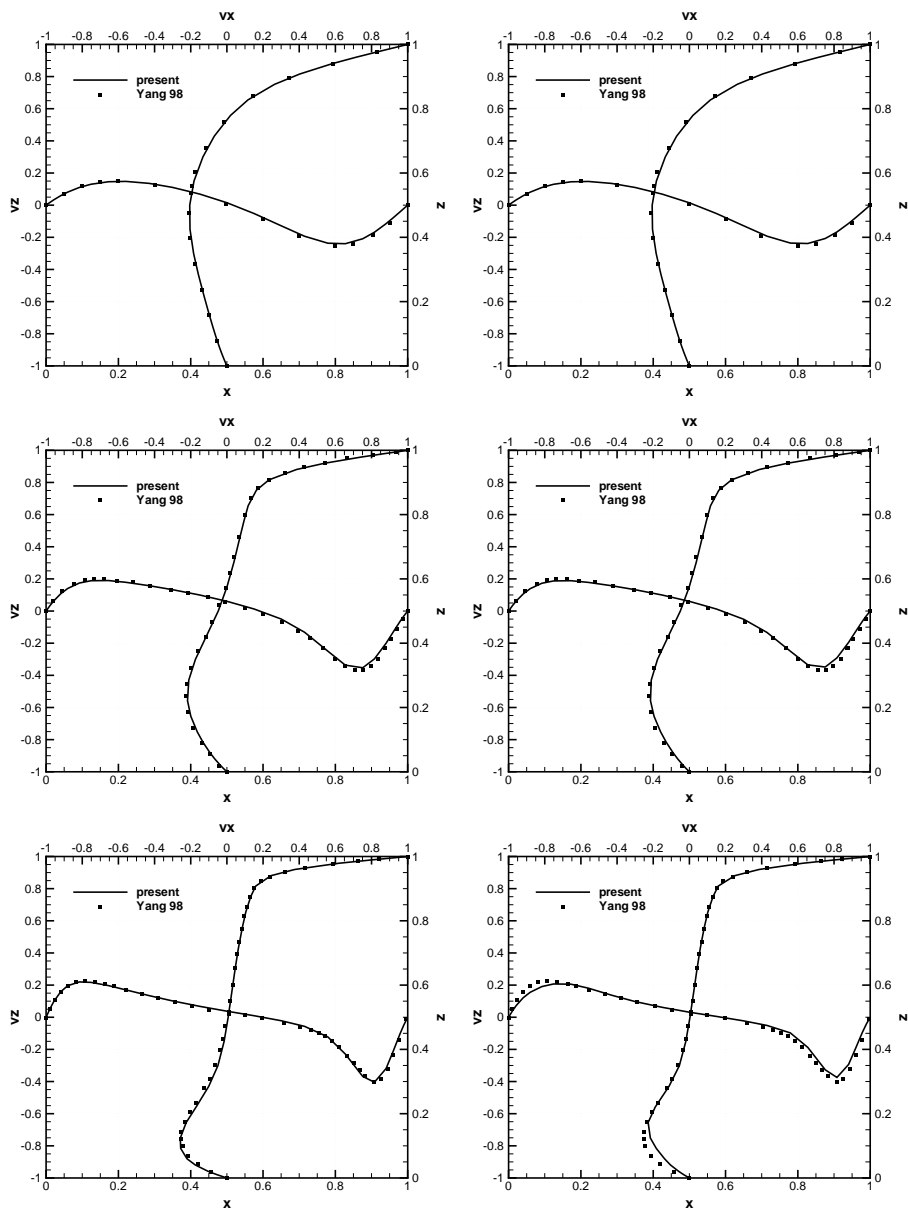
Slika 4: Profili hitrosti skozi središče kotanje za primer 3D gnane kotanje na mreži 41^3 , zgornja vrsta $Re = 100$, srednja $Re = 400$, spodnja $Re = 1000$; levo predoločen sistem enačb, desno določen sistem enačb.



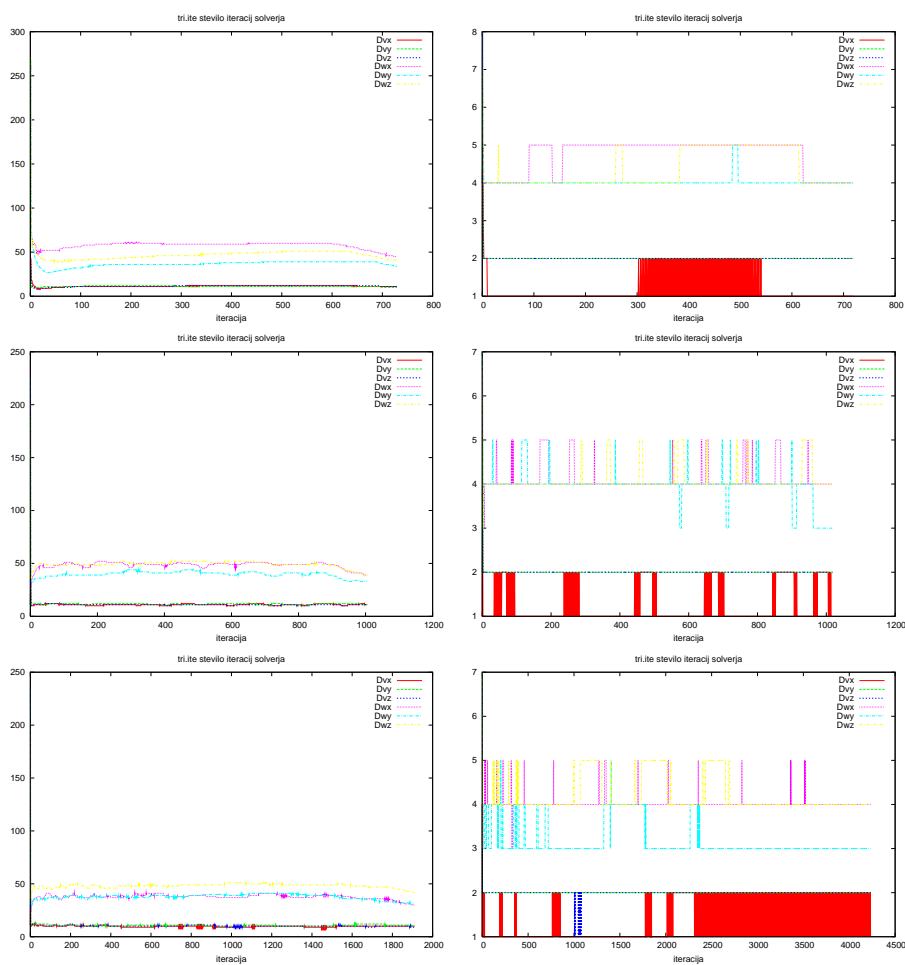
Slika 5: Število iteracij linearnega solverja za primer 3D gnane kotanje na mreži 41^3 , zgornja vrsta $Re = 100$, srednja $Re = 400$, spodnja $Re = 1000$; levo predoločen sistem enačb, desno določen sistem enačb.



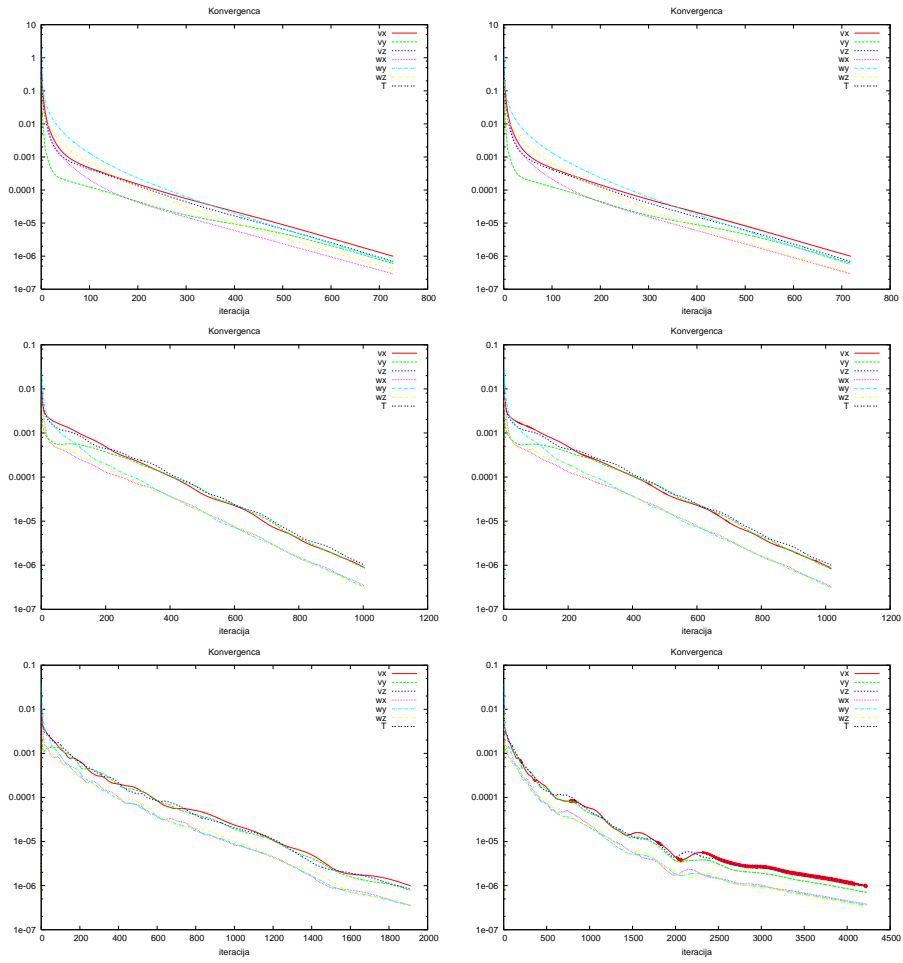
Slika 6: Potek konvergence za primer 3D gnane kotanje na mreži 41^3 , zgornja vrsta $Re = 100$, srednja $Re = 400$, spodnja $Re = 1000$; levo predoločen sistem enačb, desno določen sistem enačb.



Slika 7: Profili hitrosti skozi središče kotanje za primer 3D gnane kotanje na mreži 25^3 , zgornja vrsta $Re = 100$, srednja $Re = 400$, spodnja $Re = 1000$; levo predoločen sistem enačb, desno določen sistem enačb.



Slika 8: Število iteracij linearnega solverja za primer 3D gnane kotanje na mreži 25^3 , zgornja vrsta $Re = 100$, srednja $Re = 400$, spodnja $Re = 1000$; levo predoločen sistem enačb, desno določen sistem enačb.



Slika 9: Potek konvergence za primer 3D gnane kotanje na mreži 25^3 , zgornja vrsta $Re = 100$, srednja $Re = 400$, spodnja $Re = 1000$; levo predoločen sistem enačb, desno določen sistem enačb.

| | $Re = 100$ | | $Re = 400$ | | $Re = 1000$ | |
|--------------------------------|------------|----------|------------|----------|-------------|-----------|
| | LSQR | SQR | LSQR | SQR | LSQR | SQR |
| x Bw r.h.s | 187.090 | 210.460 | 256.608 | 289.631 | 417.413 | 1011.990 |
| x Bw solve | 8.411 | 9.020 | 11.701 | 12.410 | 20.225 | 47.448 |
| x Dv r.h.s | 15.810 | 37.481 | 21.711 | 51.328 | 40.933 | 194.148 |
| x Dv solve | 44.482 | 15.469 | 58.718 | 21.418 | 88.228 | 77.436 |
| x Dw r.h.s | 18.951 | 133.059 | 25.752 | 185.445 | 42.841 | 739.669 |
| x Dw solve | 776.707 | 281.071 | 901.310 | 337.455 | 1178.545 | 1217.852 |
| y Bw r.h.s | 206.960 | 222.341 | 281.956 | 307.571 | 486.566 | 1148.000 |
| y Bw solve | 9.051 | 9.660 | 12.070 | 12.949 | 21.119 | 49.429 |
| y Dv r.h.s | 16.228 | 37.119 | 21.981 | 51.612 | 41.090 | 195.437 |
| y Dv solve | 43.501 | 23.801 | 61.596 | 32.390 | 95.186 | 110.112 |
| y Dw r.h.s | 18.801 | 132.891 | 25.611 | 185.815 | 43.156 | 740.884 |
| y Dw solve | 503.335 | 242.179 | 741.089 | 327.361 | 1167.352 | 982.218 |
| z Bw r.h.s | 205.785 | 222.089 | 282.332 | 306.693 | 487.133 | 1146.347 |
| z Bw solve | 8.112 | 8.791 | 11.030 | 11.899 | 19.417 | 45.550 |
| z Dv r.h.s | 16.059 | 37.410 | 22.010 | 51.321 | 40.982 | 192.812 |
| z Dv solve | 44.189 | 23.991 | 57.971 | 32.452 | 90.901 | 110.184 |
| z Dw r.h.s | 19.009 | 133.581 | 25.509 | 185.871 | 43.182 | 742.080 |
| z Dw solve | 631.857 | 260.580 | 913.004 | 337.127 | 1478.052 | 1271.051 |
| DT r.h.s | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| DT solve | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| DC r.h.s | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| DC solve | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| init, read input files | 0.120 | 0.170 | 0.120 | 0.120 | 0.110 | 0.130 |
| generate macro mesh | 1.540 | 2.400 | 1.530 | 1.560 | 1.550 | 1.560 |
| read and generate BiC | 1.140 | 1.770 | 1.060 | 1.060 | 1.060 | 1.070 |
| integration single domain | 4.640 | 3.970 | 3.980 | 4.160 | 3.770 | 3.920 |
| form sys, rhs matrix single do | 52.380 | 48.540 | 50.970 | 50.620 | 41.850 | 37.160 |
| integration makro domain | 0.680 | 0.610 | 0.520 | 0.510 | 0.520 | 0.540 |
| form makro sys, rhs matrix | 11.920 | 12.470 | 10.690 | 11.680 | 10.860 | 11.480 |
| solve | 2775.490 | 2042.300 | 3733.630 | 2742.290 | 5805.270 | 10028.810 |
| TOTAL | 2847.910 | 2112.230 | 3802.500 | 2812.000 | 5864.990 | 10084.670 |
| razmerje časov | 0.74 | | 0.74 | | 1.72 | |
| nelinearni nit | 730 | 720 | 1006 | 1019 | 1912 | 4233 |
| linearni solver nit Dv x | 8345 | 849 | 11086 | 1273 | 18752 | 5610 |
| linearni solver nit Dv y | 8199 | 1445 | 11706 | 2041 | 20551 | 8468 |
| linearni solver nit Dv z | 8389 | 1445 | 11016 | 2040 | 19445 | 8448 |
| linearni solver nit Dw x | 42398 | 3398 | 49057 | 4166 | 72433 | 16983 |
| linearni solver nit Dw y | 27181 | 2900 | 40354 | 4027 | 72457 | 13503 |
| linearni solver nit Dw z | 34326 | 3131 | 49849 | 4164 | 92302 | 17756 |

Tabela 2: Primerjava časov in števila iteracij za primer 3D kotanje na 25^3 mreži.
Časi za integracijo so časi branja integralov iz diska.

4.2 3D naravna konvekcija v kotanji

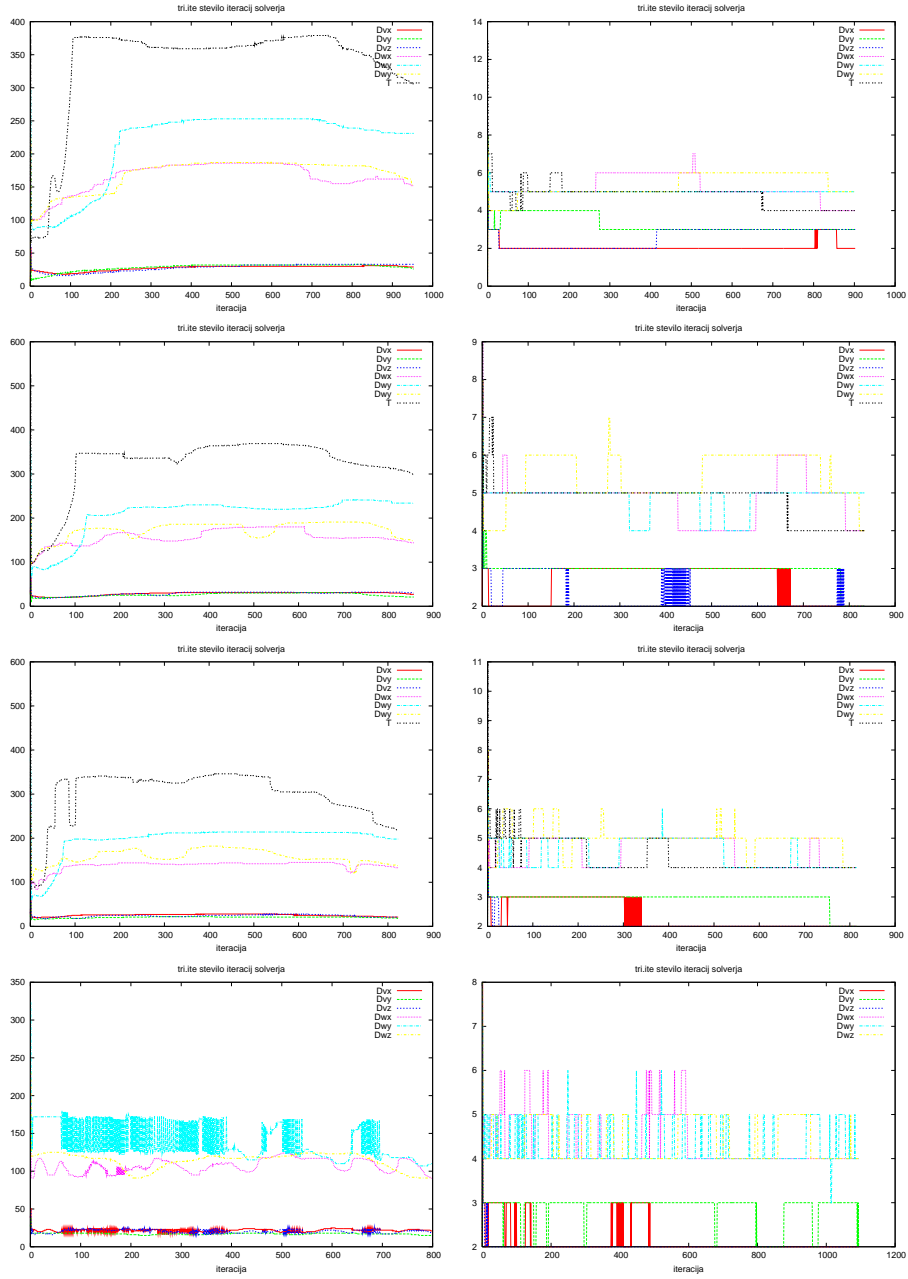
- Mreža: 20r05x20r05x20r05 z 41^3 vozlišči.
- Število iteracij linearnega solverja je prikazano na sliki 10.
- Potek konvergence je na sliki 11.
- Primerjava časov računanja in števila iteracij je v preglednici 3.

| | $Ra = 10^3$ | | $Ra = 10^4$ | | $Ra = 10^5$ | |
|--------------------------------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------------|-----------|
| | LSQR | SQR | LSQR | SQR | LSQR | SQR |
| x Bw r.h.s | 2535.369 | 2480.130 | 2277.948 | 2396.366 | 2365.774 | 2213.631 |
| x Bw solve | 71.092 | 69.298 | 64.119 | 65.462 | 64.819 | 62.209 |
| x Dv r.h.s | 99.125 | 317.797 | 89.013 | 295.628 | 87.523 | 286.115 |
| x Dv solve | 619.000 | 149.985 | 573.316 | 175.522 | 535.627 | 149.364 |
| x Dw r.h.s | 175.555 | 1291.795 | 160.944 | 1202.346 | 161.414 | 1163.688 |
| x Dw solve | 12013.956 | 1831.467 | 10509.819 | 1620.017 | 9608.369 | 1417.680 |
| y Bw r.h.s | 2855.488 | 2780.058 | 2558.551 | 2669.271 | 2639.463 | 2491.545 |
| y Bw solve | 74.486 | 73.181 | 67.281 | 69.804 | 68.095 | 65.815 |
| y Dv r.h.s | 99.213 | 314.210 | 89.526 | 293.403 | 87.984 | 284.484 |
| y Dv solve | 632.373 | 224.695 | 520.004 | 196.819 | 432.333 | 178.873 |
| y Dw r.h.s | 175.795 | 1288.350 | 161.724 | 1202.148 | 161.558 | 1163.180 |
| y Dw solve | 15695.643 | 1756.697 | 13766.834 | 1631.638 | 13765.889 | 1415.014 |
| z Bw r.h.s | 2867.788 | 2791.211 | 2576.400 | 2677.009 | 2651.504 | 2492.516 |
| z Bw solve | 72.748 | 70.986 | 65.850 | 67.696 | 66.315 | 64.135 |
| z Dv r.h.s | 99.799 | 315.488 | 89.478 | 293.672 | 88.220 | 285.033 |
| z Dv solve | 620.036 | 183.632 | 568.703 | 154.499 | 501.001 | 128.016 |
| z Dw r.h.s | 175.510 | 1293.898 | 160.832 | 1205.846 | 161.476 | 1164.666 |
| z Dw solve | 12361.748 | 1883.500 | 11507.805 | 1805.782 | 10918.278 | 1557.942 |
| DT r.h.s | 114.088 | 864.495 | 102.564 | 806.502 | 104.515 | 779.858 |
| DT solve | 25099.922 | 1765.371 | 21915.084 | 1669.931 | 21186.977 | 1435.077 |
| DC r.h.s | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| DC solve | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| init, read input files | 0.710 | 0.840 | 0.710 | 0.750 | 0.710 | 0.760 |
| generate macro mesh | 30.760 | 32.650 | 31.290 | 30.880 | 32.320 | 33.110 |
| read and generate BiC | 10.080 | 10.620 | 10.070 | 10.620 | 10.080 | 10.590 |
| integration single domain | 93.590 | 125.140 | 103.460 | 139.690 | 81.350 | 142.880 |
| form sys, rhs matrix single do | 1021.330 | 911.320 | 821.330 | 784.790 | 893.000 | 851.840 |
| integration makro domain | 14.790 | 22.130 | 17.950 | 22.690 | 18.140 | 18.890 |
| form makro sys, rhs matrix | 268.530 | 301.580 | 267.880 | 299.840 | 274.230 | 302.530 |
| solve | 76465.156 | 21752.529 | 67831.383 | 20505.771 | 65663.641 | 18804.492 |
| TOTAL | 77904.945 | 23156.809 | 69084.070 | 21795.031 | 66973.469 | 20165.092 |
| razmerje časov | 0.30 | | 0.32 | | 0.30 | |
| nelinearni nit | 954 | 903 | 859 | 834 | 824 | 816 |
| linearni solver nit Dv x | 26262 | 1887 | 24609 | 2193 | 20937 | 1933 |
| linearni solver nit Dv y | 27222 | 2955 | 22453 | 2458 | 16808 | 2391 |
| linearni solver nit Dv z | 26539 | 2324 | 24700 | 1871 | 19712 | 1655 |
| linearni solver nit Dw x | 157824 | 4696 | 135458 | 4038 | 114226 | 3672 |
| linearni solver nit Dw y | 206373 | 4524 | 179371 | 4052 | 163433 | 3666 |
| linearni solver nit Dw z | 161486 | 4810 | 149070 | 4517 | 130537 | 4062 |
| linearni solver nit TEMP | 322216 | 4340 | 277469 | 4033 | 248248 | 3548 |
| Nu | 1.0711772 | 1.0712885 | 2.0563908 | 2.0573331 | 4.3431518 | 4.3461042 |
| Lo et al. [1] | 1.0710 | | 2.0537 | | 4.3329 | |

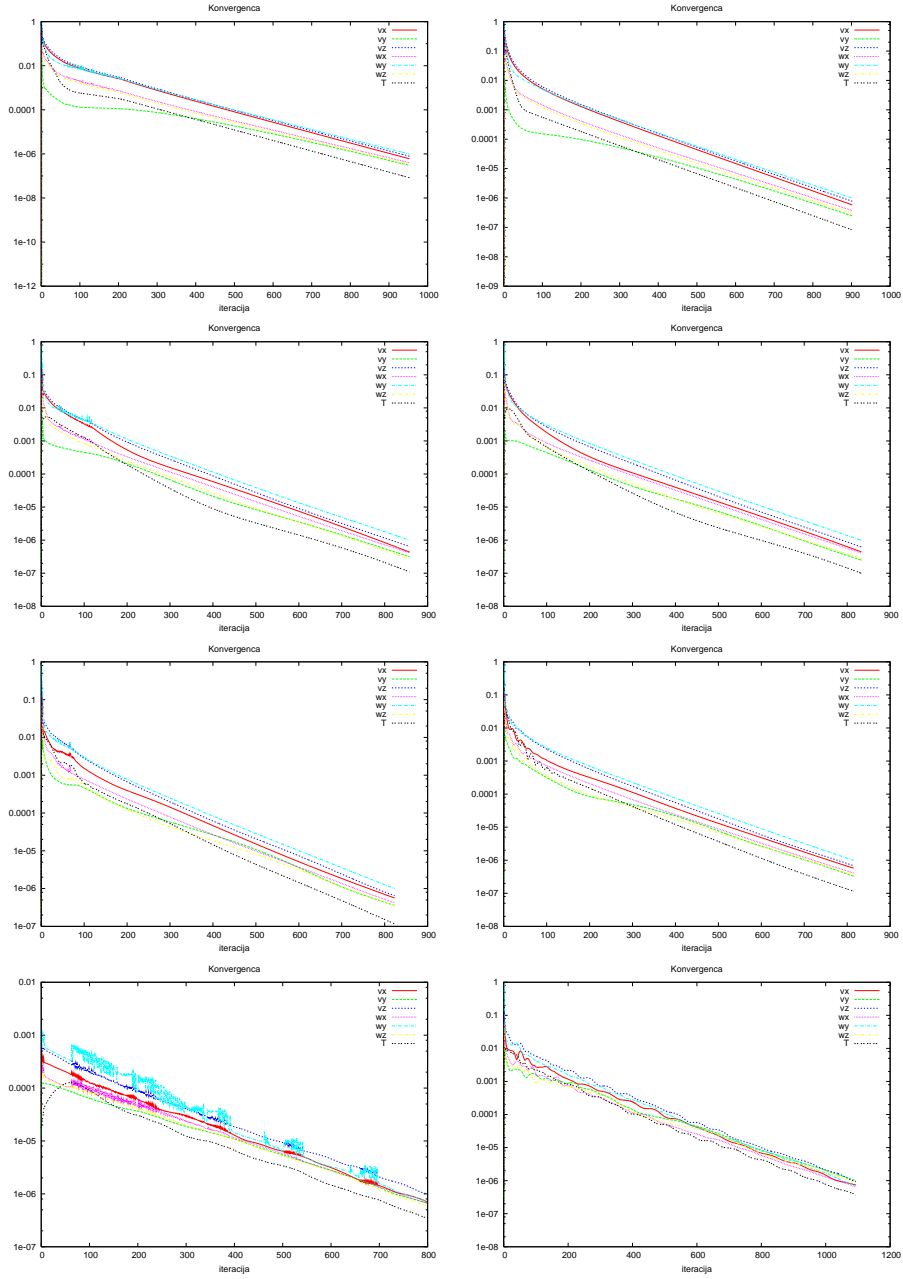
Tabela 3: Primerjava časov, Nu števila in števila iteracij za primer 3D naravne konvekcije na 41^3 mreži. Časi za integracijo so časi branja integralov iz diska.

| | $Ra = 10^6$ | | |
|--------------------------------|----------------------------|-----------|-----------------------|
| | $dlse, \epsilon = 10^{-7}$ | | $\epsilon = 10^{-15}$ |
| | LSQR | SQR | SQR |
| x Bw r.h.s | 2263.884 | 2801.418 | 3477.463 |
| x Bw solve | 62.281 | 79.962 | 90.941 |
| x Dv r.h.s | 84.706 | 379.235 | 396.289 |
| x Dv solve | 440.680 | 174.278 | 1012.174 |
| x Dw r.h.s | 155.188 | 1531.712 | 1613.285 |
| x Dw solve | 7200.041 | 1782.485 | 5486.853 |
| y Bw r.h.s | 2535.398 | 3187.706 | 3790.834 |
| y Bw solve | 65.776 | 84.152 | 95.155 |
| y Dv r.h.s | 84.812 | 374.630 | 393.377 |
| y Dv solve | 346.117 | 226.663 | 1041.900 |
| y Dw r.h.s | 155.740 | 1529.621 | 1612.371 |
| y Dw solve | 9182.499 | 1741.855 | 5099.173 |
| z Bw r.h.s | 2542.716 | 3190.353 | 3795.382 |
| z Bw solve | 63.885 | 81.504 | 93.047 |
| z Dv r.h.s | 85.231 | 376.251 | 394.331 |
| z Dv solve | 407.773 | 163.559 | 962.605 |
| z Dw r.h.s | 155.493 | 1533.052 | 1615.636 |
| z Dw solve | 7581.436 | 1792.124 | 5496.756 |
| DT r.h.s | 99.565 | 1027.984 | 1080.079 |
| DT solve | 23384.271 | 2500.290 | 7946.532 |
| DC r.h.s | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| DC solve | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| init, read input files | 0.720 | 0.820 | 0.770 |
| generate macro mesh | 32.020 | 30.940 | 32.770 |
| read and generate BiC | 10.110 | 10.640 | 11.770 |
| integration single domain | 113.860 | 78.640 | 137.040 |
| form sys, rhs matrix single do | 917.750 | 790.370 | 895.070 |
| integration makro domain | 21.060 | 11.370 | 8.470 |
| form makro sys, rhs matrix | 269.090 | 296.310 | 317.570 |
| solve | 56903.641 | 24566.189 | 45501.660 |
| TOTAL | 58268.250 | 25785.279 | 46905.121 |
| razmerje časov | 0.44 | | |
| nelinearni nit | 800 | 1095 | 1095 |
| linearni solver nit Dv x | 17466 | 2360 | 12401 |
| linearni solver nit Dv y | 13715 | 3149 | 12782 |
| linearni solver nit Dv z | 16324 | 2203 | 11797 |
| linearni solver nit Dw x | 86113 | 4738 | 13344 |
| linearni solver nit Dw y | 110651 | 4642 | 12407 |
| linearni solver nit Dw z | 91306 | 4791 | 13402 |
| linearni solver nit TEMP | 277949 | 6524 | 18816 |
| Nu | 8.6791603 | 8.6945850 | 8.6945855 |
| Lo et al. [1] | 8.6678 | | |

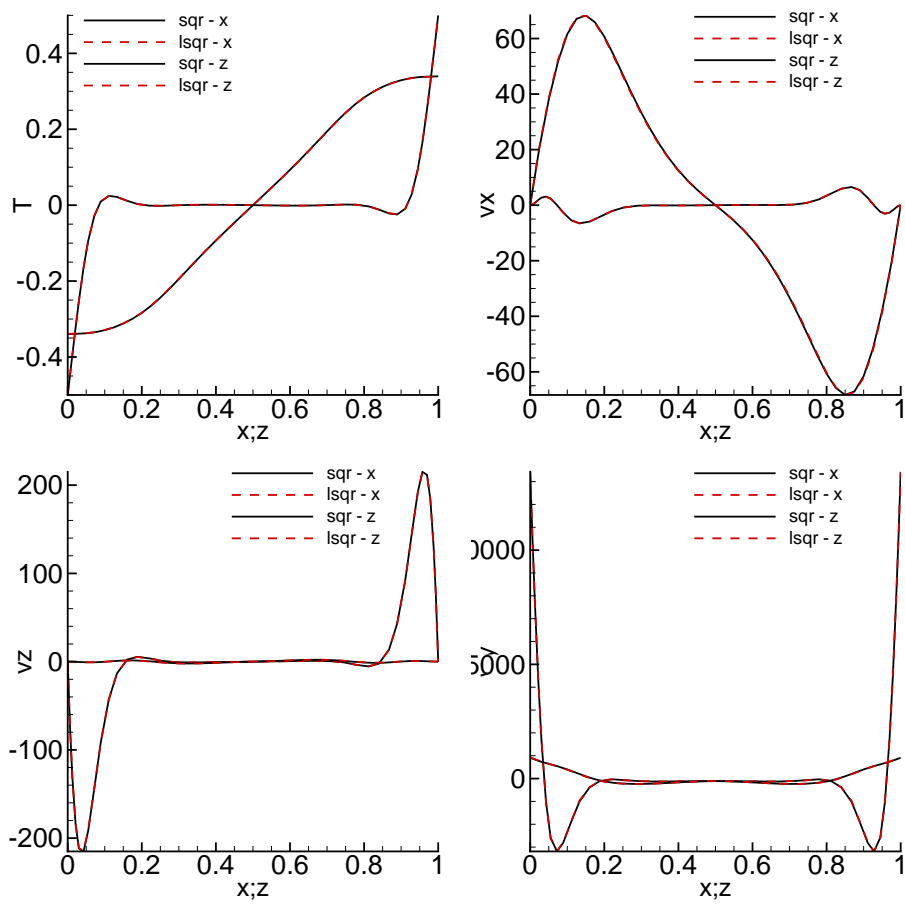
Tabela 4: Primerjava časov, Nu števila in števila iteracij za primer 3D naravne konvekcije na 41^3 mreži. Časi za integracijo so časi branja integralov iz diska. ϵ je zahtevana natančnost solverja.



Slika 10: Število iteracij linearnega solverja za primer 3D naravne konvekcije, zgornja vrsta $Ra = 10^3$, druga $Ra = 10^4$, tretja $Ra = 10^5$ in spodnja $Ra = 10^6$; levo predoločen sistem enačb, desno določen sistem enačb.



Slika 11: Potek konvergence za primer 3D naravne konvekcije, zgornja vrsta $Ra = 10^3$, druga $Ra = 10^4$, tretjea $Ra = 10^5$ in spodnja $Ra = 10^6$; levo predoločen sistem enačb, desno določen sistem enačb.



Slika 12: Primerjava profilov za naravno konvekcijo $Ra = 10^6$. Prikazujemo T , v_x , v_z in ω_y skozi sredino kotanje vzdolž x in z osi.

5 Zaključki

Primerjali smo čase reševanja gnane kotanje ($Re = 100, 400, 1000$) in naravne konvekcije ($Ra = 10^3, 10^4, 10^5$) s predoločenim in določenim sistemom enačb za rešitev notranjih hitrosti, temperatur in vrtničnosti.

Ugotovitve:

- Pri določenem sistemu enačb je sestavljanje desne strani zahtevnejše kot pri predoločenem, saj zahteva seštevanje enačb.
- Pri pregledu natančnosti rezultatov smo opazili, da so rezultati
 - na gosti mreži pri določenem sistemu komaj opazno slabši kot pri predoločenem sistemu. Poslabšanje natančnosti je tako majhno, da ni vzrok za neuporabo določenega sistema.
 - na redki mreži pri visokem Re so rezultati določenega sistema občutno slabši od predoločenega. V kolikor je mreža komaj dovolj gosta za popis problema, je potrebno uporabiti predoločeni sistem enačb.
- Izračun z določenim sistemom enačb je hitrejši. Razmerje časov je bilo v primeru gnane kotanje med 0.5 in 0.6 v primeru naravne konvekcije pa 0.3 v prid določenim sistemom enačb. Na redki mreži je pohitritev slabša (0.7). V primeru, ko je mreža redka, Re pa visok, pa je določen sistem enačb počasnejši. Takrat je tudi natančnost rezultatov slaba.
- Število nelinearnih iteracij potrebnih za dosego konvergence
 - na gosti mreži se pri majhnih Ra in Re ni pomembneje spremenilo. Pri najvišjih ($Re = 1000$ in $Ra = 10^6$) se je število nelinearnih iteracij rahlo povišalo, vendar je oblika konvergenčnih krivulj ostala stabilna.
 - na redki mreži pa se je pri $Re = 1000$ število nelinearnih iteracij zelo povečalo.
- Povečevanje natančnosti solverja linearnega sistema enačb iz 10^{-7} na 10^{-15} praktično nima vpliva na rezultat.

Literatura

- [1] D.C. Lo, D.L. Young, K. Murugesan, C.C. Tsai, and M.H. Gou. Velocity-vorticity formulation for 3D natural convection in an inclined cavity by DQ method. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 50:479–491, 2007.
- [2] C. C. Paige and M. A. Saunders. LSQR: An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 8:43–71, 1982.
- [3] G. L. G. Sleijpen and D. R. Fokkema. BICGSTAB(1) for Linear Equations Involving Unsymmetric Matrices with Complex Spectrum. *El. Trans. on Numerical Analysis*, 1:11–32, 1993.